



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 21.02.2016

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

a) Fie $x, y \in \mathbb{R}$, $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$, $\left|y - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$. Știind că $\sqrt{(2-x)(y+1)} + \sqrt{(2-y)(x+1)} = 3$, arătați că $x + y = 1$.

b) Se dau numerele $a = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} + \dots + \sqrt{2^{2015}}$ și $b = -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} - \dots + \sqrt{2^{2015}}$. Arătați că $c = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ este număr natural.

SUBIECTUL 2

Aflați cardinalul mulțimii:

$$A = \left\{ \overline{abc} / \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}} - \frac{b\sqrt{3}}{\sqrt{1+\sqrt{3}+\sqrt{4}}} - \frac{2c\sqrt{8}}{\sqrt{4+\sqrt{8}+\sqrt{12}}} = \frac{-3}{\sqrt{2}}; a \neq b \neq c \right\}$$

prof. Nicolae Jurubiță

SUBIECTUL 3

Fie pătratele ABCD și ABEF cu $AB = 1m$, astfel încât $EC = \sqrt{2}m$. Se consideră cercul $\mathcal{C}(O, r)$, circumscris patrulaterului CDFE și se trasează diametrul cercului HI, $H, I \in \mathcal{C}(O, r)$, $HI \perp CD$ și $OI \cap CD = \{M\}$. Dacă $HG \perp (ABC)$ și $IQ \perp (ABC)$, unde $G, Q \in (ABC)$, să se determine lungimea razei r și aria poligonului AGBCQD.

prof. Mihai Pîrvu

SUBIECTUL 4

Fie triunghiul echilateral ABC și punctele M, N, D astfel încât $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, $D \notin (ABC)$ și $AM = CN = \frac{1}{3}BC$ iar $AD \perp (ABC)$. Arătați că $BN \perp PD$ unde $\{P\} = NB \cap MC$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.